Classe :3 ème Maths et Sc.	SERIE D' EXERCICES Etude de fonctions	A.scolaire : 2010/2011

Exercice 1

On considère la fonction définie sur]-∞ ; 1[∪] 1 ; + ∞ [par $f(x)=\dfrac{x^2-2x+5}{x-1}$ et C_f sa courbe représentative

1) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2) Calculer la dérivée de f et déterminer les variations de f.
3) Montrer que la droite d'équation y = x - 1 est asymptote à la courbe représentative de f .
4) Déterminer l'équation de la tangente D au point d'abscisse 5.
5) Existe t-il des tangentes à la courbe représentative de f qui soient parallèles à D.
6) Construire la courbe représentative de f (on pensera à construire en premier les asymptotes et les tangentes à la courbe).

Exercice 2 :

1) Soit g la fonction définie sur IR par g(x) = 1 + $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
   a) Vérifier que pour tout réel x on a : g ’(x) = $\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$
   b) Etudier les variations de g et en déduire que pour tout réel x : g(x) > 0.

2) Soit f la fonction définie sur IR par f(x) = x – 1 + $\sqrt{x^2+1}$ et ζ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.
   a) Vérifier que pour tout réel x on a : f ’(x) = g(x)
   b) Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.
   c) Dresser le tableau de variation de f.
3) a) Montrer que la droite Δ : y = 2x – 1 est une asymptote à (ζ) au voisinage de +∞.
   b) Ecrire une équation de la tangente T par rapport à (ζ).
   c) Tracer, T et Δ et (ζ).dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ (on placera les points de (ζ) d’abscisses –1 et 1).

Exercice 3 :

1) Soit la fonction g définie sur IR par g(x) = $\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+3}}-1$
   a) Montrer que g est dérivable sur IR et que g'(x) = $\dfrac{6}{(3+x^2)\sqrt{3+x^2}}$
   b) Etablir le tableau de variation de g.
   c) Calculer g(1).. En déduire une étude de signe de g(x) sur IR.
2) Soit la fonction f définie sur IR par f(x) = 2 $\sqrt{3+x^2}-x$
   a) Dresser le tableau de variation de f.
   b) Donner une équation cartésienne de la tangente T à la courbe de f en son point d'abscisse (-1).
   c) Tracer la courbe représentative (ζ) de la fonction f .

Exercice 4

Soit la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-x+4}{x-2} & \text{si } x<1 \\ f(x)=x^2+2x-7 & \text{si } x\geq 1 \end{cases}$

1) Etudier la dérivabilité de f en 1. interpréter graphiquement le résultat trouvé.
2) Montrer que f est dérivable sur]- ∞,1 [et sur]1, + ∞ [et déterminer sa fonction dérivée.
3) Existe-t-il des points de Cf ou la tangente est parallèle à la droite D : x – 3y + 6 = 0
4) Soit g : $x\mapsto\dfrac{a\,x^2+b\,x+2}{x-1}$
   a. Calculer g’(x) pour x ∈ IR \ {1}
   b. Déterminer a et b pour que g admette un extremum en 2 égal à –6
   c. On prend : a = –1 et b = –2. Dresser le tableau de variation de g.
   d- Existe-t-il une tangente à Cg passant par l’origine du repère.